

# TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

7 de Dezembro de 2006

## RESOLUÇÃO - VERSÃO 2

---

### Grupo I

1. O número de elementos é 10. Eles são os seguintes:  
 ${}^{2006}C_0 \dots {}^{2006}C_4$  e  ${}^{2006}C_{2002} \dots {}^{2006}C_{2006}$  Resposta A
2.  $P[(A \cap B) \cup \bar{A}] = P(A \cup \bar{A}) = P(\Omega) = 1$  Resposta A
3.  $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(C)}{P(A)}$  pois  $C = B \cap A$   
 $\frac{9}{16} = \frac{\frac{3}{8}}{P(A)} \Leftrightarrow P(A) = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{9}{16}} = \frac{2}{3}$  Resposta B
4.  $0,3 + 0,5 + b = 1 \Leftrightarrow b = 0,2$   
 $a \times 0,5 + 2a \times 0,2 = 2,7 \Leftrightarrow a = 3$  Resposta A
5. A Curva de Gauss é simétrica em relação ao valor médio. Por isso, a probabilidade de, escolhida uma menina ao acaso, a sua altura pertencer ao intervalo  $] - \infty, 90]$  é 50%. O mesmo acontece em relação ao intervalo  $[90, + \infty[$ .  
Cada uma das opções A, B e C conduz a um intervalo que está contido num daqueles dois intervalos, pelo que a respectiva probabilidade é inferior a 50%. Resposta D
6.  $4 \times 2 \times 1 \times 1 \times 4 = 32$  Resposta D
7.  $1 \times 1 \times 3! + 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 22$  Resposta B

## Grupo II

1.

1.1. Tem-se:

$x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{10}$

Donde vem:

$x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,2	0,1	0,7

1.2. 
$$\frac{{}^2C_2 + {}^7C_2}{{}^{10}C_2} = \frac{22}{45}$$

1.3. É pedida a probabilidade de *sair bola com o número 3 na segunda extracção*, sabendo que *saiu bola com o número 3 na primeira extracção*.  
Ao observarmos que saiu bola com o número 3 na primeira extracção, repomos essa bola no saco, juntamente com mais oito bolas com o número 3.  
O saco fica, assim, com quinze bolas com o número 3, num total de dezoito bolas.  
A probabilidade pedida é, então, de acordo com a Regra de Laplace, igual a  $\frac{15}{18}$ .

2. Tem-se que  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Sabemos o valor de  $P(B)$  e de  $P(A \cap B)$ . Falta saber o valor de  $P(A)$ .

Como  $A$  e  $B$  são acontecimentos independentes, tem-se que  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Portanto,  $\frac{1}{3} = P(A) \times \frac{3}{5}$  donde  $P(A) = \frac{1}{3} : \frac{3}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{9}$

Vem, assim, que  $P(A \cup B) = \frac{5}{9} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{25}{45} + \frac{27}{45} - \frac{15}{45} = \frac{37}{45}$

3.

3.1.  $3 \times 9! = 1088640$

3.2.  $\frac{{}^4C_1 \times {}^{36}C_6}{{}^{40}C_7} \approx 0,42$  ou  $\frac{4 \times {}^{36}A_6 \times 7}{{}^{40}A_7} \approx 0,42$