

TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA

17 de Março de 2006

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO - VERSÃO 3

COTAÇÕES

| | |
|--|------------|
| Grupo I | 63 |
| Cada resposta certa | 9 |
| Cada resposta errada..... | 0 |
| Cada questão não respondida ou anulada | 0 |
| | |
| Grupo II | 137 |
| | |
| 1. | 43 |
| 1.1. | 20 |
| 1.2. | 23 |
| | |
| 2. | 46 |
| 2.1. | 23 |
| 2.2. | 23 |
| | |
| 3. | 23 |
| | |
| 4. | 25 |
| | |
| TOTAL | 200 |

Grupo I

Deverão ser anulados todos os itens com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todos os itens em que o aluno dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

| Itens | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|
| Respostas | B | A | B | C | A | D | D |

Grupo II

Critérios gerais

1. Se o aluno se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o aluno apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. As cotações a atribuir às respostas dos alunos são expressas obrigatoriamente em números inteiros.
4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:
 - Se o aluno se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser de 0 (zero) pontos.
 - Se o aluno não se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser a soma algébrica das cotações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8 e 9 destes critérios gerais, e das desvalorizações previstas nos pontos 10 e 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a cotação a atribuir é de 0 (zero) pontos.
5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o aluno utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.

6. A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o aluno deve percorrer para o resolver.

6.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.

6.2. O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.

Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.

Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, o cálculo da derivada de uma função, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:

- erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
- erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

6.3. Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do aluno numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.

6.4. No caso de o aluno cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o aluno as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.

6.5. Caso o aluno cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo aluno, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.

6.6. Pode acontecer que o aluno, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo aluno, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.

7. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, "em minutos", "em percentagem", etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo aluno não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o aluno o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a cotação não deve ser desvalorizada caso o aluno não indique a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o aluno escrever simplesmente 12, não se deve aplicar nenhuma desvalorização). Se não for pedida aproximação para o resultado final, o aluno deve apresentar o valor exacto. Se o aluno apresentar, como resultado final, uma aproximação do valor exacto, deve ser aplicada uma desvalorização de 1 ponto na cotação a atribuir à etapa correspondente ao resultado final.

8. O aluno deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o aluno não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.

9. O aluno deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, "sem recorrer à calculadora", "equacione o problema", "resolva graficamente", etc.). Na resolução apresentada pelo aluno, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o aluno não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito, bem como todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.

10. Se, na resolução de um item, o aluno utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), a cotação total a atribuir ao item deve ser desvalorizada em um ponto. Esta desvalorização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas cotadas com 0 (zero) pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.

11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o aluno deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na cotação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução -2 pontos

Critérios específicos

1.1. 20

A cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

Justificação correcta e completa («Produto do número de litros de azeite vendidos, e^{15-x} , pelo lucro por litro, $x - 4$, que representa a diferença entre o preço de venda ao público de um litro de azeite e a despesa suportada pela empresa com a compra e venda desse litro de azeite» ou «Diferença entre a receita resultante da venda do azeite, $x e^{15-x}$, e a despesa total, $4 e^{15-x}$ ») 20

Justificação incompleta (por exemplo: « x é o preço de venda ao público de um litro de azeite, por isso vamos ter que subtrair a x a quantia de quatro euros, para obter o lucro por litro») 5

Outras situações (por exemplo: «tendo em conta que x é o preço em euros e que cada litro custa quatro euros, o lucro será a diferença $x - 4$ e a função inicial») 0

1.2. 23

Traduzir o problema pela inequação $L(x) > 16\,500$ (**ver nota 1**) 3

Resolver a inequação (**ver nota 2**) 18

Apresentação do gráfico da função L e da recta de equação $y = 16\,500$, bem como dos pontos de intersecção (**ver nota 3**) 6

Valor mínimo (**ver nota 4**) 6

Valor máximo (**ver nota 5**) 6

Resposta («O preço do litro de azeite deve variar entre 4,42 € e 5,96 €») 2

Notas:

1. Deve ser atribuída a cotação desta etapa, também no caso em que o aluno não escreve a inequação, mas existe evidência de que a considerou.
2. Se o aluno não resolver a inequação graficamente (por exemplo, se a tentar resolver com recurso à tabela da calculadora), esta etapa e todas as subsequentes devem ser cotadas com 0 (zero) pontos, pelo facto de o aluno ter desrespeitado a instrução do enunciado (ver critério geral 9).

3. A cotação a atribuir à apresentação do gráfico deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

| | |
|---|---|
| Apresentação correcta e completa de todos os elementos relevantes..... | 6 |
| Apresentação correcta mas com ausência de alguns elementos relevantes ou apresentação completa mas com algumas incorrecções | 4 |
| Apresentação incompleta e com algumas incorrecções..... | 2 |
| Outras situações..... | 0 |

4. A cotação a atribuir à apresentação do valor mínimo deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

| | |
|---|---|
| <u>1º caso</u> : valor arredondado às centésimas | |
| Valor igual a 4,42..... | 6 |
| Valor igual a 4,41 ou 4,43..... | 4 |
| Valor igual a 4,40 ou 4,44..... | 2 |
| Outros valores..... | 0 |
| <u>2º caso</u> : valor com aproximação superior às centésimas | |
| Valor no intervalo $[4,40 ; 4,44]$ | 1 |
| Outros valores..... | 0 |
| <u>3º caso</u> : valor com aproximação inferior às centésimas | |
| Valor igual a 4,4..... | 1 |
| Outros valores..... | 0 |

5. A cotação a atribuir à apresentação do valor máximo deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

| | |
|---|---|
| <u>1º caso</u> : valor arredondado às centésimas | |
| Valor igual a 5,96..... | 6 |
| Valor igual a 5,95 ou 5,97..... | 4 |
| Valor igual a 5,94 ou 5,98..... | 2 |
| Outros valores..... | 0 |
| <u>2º caso</u> : valor com aproximação superior às centésimas | |
| Valor no intervalo $[5,94 ; 5,98]$ | 1 |
| Outros valores..... | 0 |
| <u>3º caso</u> : valor com aproximação inferior às centésimas | |
| Valor igual a 6 ou 6,0..... | 1 |
| Outros valores..... | 0 |

A resolução deste exercício envolve os seguintes procedimentos, que devem estar **claramente explícitos**, na resolução do aluno:

- Substituir x por $\frac{1}{3}$
- Aplicar a propriedade do logaritmo de um produto e/ou de um quociente
- Aplicar a propriedade do logaritmo de uma potência
- Substituir 6 por $\ln e^6$ ou 2 por $\ln e^2$

A cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

| | |
|---|----|
| O aluno demonstra correctamente o pretendido, explicitando os quatro procedimentos..... | 23 |
| O aluno explicita e executa correctamente os quatro procedimentos, mas não demonstra o pretendido | 17 |
| O aluno explicita e executa correctamente três procedimentos | 12 |
| O aluno explicita e executa correctamente dois procedimentos | 7 |
| O aluno explicita e executa correctamente um procedimento | 2 |

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ (ver nota 1) 5

Concluir que a recta de equação $x = 0$ é assíntota do gráfico de f 5

Referir que, pelo facto de f ser contínua em $]0, +\infty[$, o seu gráfico não tem mais assíntotas verticais 3

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ (ver nota 2) 5

Concluir que a recta de equação $y = 0$ é assíntota do gráfico de f 5

Notas:

1. Exige-se que o aluno explicita que o numerador tende para $+\infty$ e que o denominador tende para 0 , por valores positivos, escrevendo, por exemplo,

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{+\infty}{0^+} = +\infty,$$

ou

que escreva a igualdade $\frac{2 - \ln x}{x} = (2 - \ln x) \times \frac{1}{x}$, explicitando depois que ambos os factores deste produto tendem para $+\infty$, escrevendo, por exemplo,

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left[(2 - \ln x) \times \frac{1}{x} \right] = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty.$$

Caso o aluno se limite a apresentar o valor final, a cotação a atribuir a esta etapa deverá ser de 2 pontos.

2. Exige-se que o aluno explicita passos intermédios que permitam levantar a indeterminação, escrevendo, por exemplo,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} - \frac{\ln x}{x} \right) = 0 - 0 = 0.$$

Caso o aluno se limite a apresentar o valor final, a cotação a atribuir a esta etapa deverá ser de 2 pontos.

3. Se o aluno tentar verificar a existência de assíntota, quando $x \rightarrow -\infty$, a cotação a atribuir à sua resposta deve ser desvalorizada em 5 pontos. Se, em consequência desta desvalorização, a cotação resultar negativa, deve ser convertida em 0 (zero) pontos.

Conteúdo (ver notas 1 e 2) 21

Forma (ver nota 3) 2

Notas:

1. Para cada uma das três funções que o aluno deve rejeitar, a , b e c , a cotação a atribuir deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

O aluno explica correctamente a razão da rejeição, utilizando uma linguagem matematicamente correcta 7

O aluno explica correctamente a razão da rejeição, mas não utiliza uma linguagem matematicamente correcta 5

O aluno não explica correctamente a razão da rejeição 0

2. Para cada uma das três funções que o aluno deve rejeitar, indica-se a seguir o que se aceita como explicação correcta da sua rejeição.

• Na função a tem-se $a(0) = 26$ e $\lim_{t \rightarrow +\infty} a(t) = 21$, o que não está de acordo com a conclusão, que se tira do enunciado, de que são iguais a temperatura da água, no instante em que começou a ser aquecida, e o valor para o qual a temperatura tende, com o passar do tempo.

• Na função b tem-se $b(5) = 64$ e $\lim_{t \rightarrow 5^+} b(t) = 74$,
o que contraria o facto de a temperatura ser função contínua do tempo
e/ou
o que traduz um acréscimo instantâneo de temperatura, no momento em que o lume é apagado, situação que não faz qualquer sentido, no contexto da experiência.

• A função c é decrescente em $[0, 5]$ e não é verdade que a temperatura da água tenha diminuído ao longo dos primeiros cinco minutos
e/ou
a função c é crescente em $[5, +\infty[$ e não é verdade que a temperatura da água tenha aumentado a partir do instante em que se apagou o lume.

3. Quanto à forma, a composição só deve ser cotada se tiver sido atribuída, ao conteúdo, uma pontuação não inferior a 5. A cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:

Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia 2

Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido 1

Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, com perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido 0

1º Processo

$m =$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x} \dots\dots\dots 2$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{g(x)} \dots\dots\dots 2$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{g(x)}{x}} \dots\dots\dots 3$

$= 1 \dots\dots\dots 3$

$b =$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} (h(x) - x) = \dots\dots\dots 2$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x g(x)}{g(x)} \dots\dots\dots 2$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(x - g(x))}{g(x)} \dots\dots\dots 3$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(- (g(x) - x) \times \frac{x}{g(x)} \right) = \dots\dots\dots 5$

$= -3 \times 1 = -3 \dots\dots\dots 3$

2ºProcesso

Evidenciar a intenção de calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} (h(x) - (x - 3))$ 4

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} (h(x) - (x - 3)) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{g(x)} - x + 3 \right) \dots\dots\dots 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x g(x)}{g(x)} + 3 \right) \dots\dots\dots 2 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x(x - g(x))}{g(x)} + 3 \right) \dots\dots\dots 3 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left((x - g(x)) \times \frac{x}{g(x)} + 3 \right) = \dots\dots\dots 3 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-(g(x) - x) \times \frac{1}{\frac{g(x)}{x}} + 3 \right) = \dots\dots\dots 6 \\ &= -3 \times 1 + 3 = 0 \dots\dots\dots 6 \end{aligned}$$