gabinete de avaliação educacional

Ministério da Educação

TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

12.º Ano de Escolaridade

(Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

Duração da Prova: **90 minutos** 7/Dezembro/2006

PROBABILIDADES E COMBINATÓRIA

VERSÃO 1

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova.

A ausência desta indicação implicará a anulação da prova.

A prova é constituída por dois Grupos, I e II.

O Grupo I inclui sete itens de escolha múltipla.

O Grupo II inclui três itens de resposta aberta, subdivididos em alíneas, num total de seis.

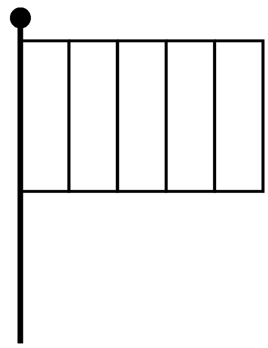
Grupo I

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.

1. Pretende-se fazer uma bandeira com cinco tiras verticais, respeitando as seguintes condições:

- duas tiras vizinhas não podem ser pintadas com a mesma cor;
- cada uma das três tiras centrais pode ser pintada de vermelho ou de amarelo;
- cada uma das duas tiras das extremidades pode ser pintada de branco, de azul ou de verde.

De acordo com estas condições, quantas bandeiras diferentes se podem fazer?



(A) 12 **(B)** 18 **(C)** 24 **(D)** 32

2. Dois rapazes e três raparigas vão fazer um passeio num automóvel com cinco lugares, dois à frente e três atrás.
Sabe-se que:

- apenas os rapazes podem conduzir;
- a Inês, namorada do Paulo, tem de ficar ao lado dele.

De acordo com estas restrições, de quantos modos distintos podem ficar dispostos os cinco jovens no automóvel?

(A) 10 **(B)** 14 **(C)** 22 **(D)** 48

3. No Triângulo de Pascal, considere a linha que contém os elementos da forma ${}^{2006}C_k$
Quantos elementos desta linha são menores do que ${}^{2006}C_4$?

(A) 8 **(B)** 6 **(C)** 5 **(D)** 3

4. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$ tais que $0 < P(A) < 1$ e $0 < P(B) < 1$.
Sabe-se que $A \subset B$.
Qual é o valor de $P\left[(A \cup B) \cap \overline{B}\right]$?

(A) 0 **(B)** $P(A)$ **(C)** $P(B)$ **(D)** 1

5. Um saco contém um certo número de cartões.
Em cada cartão está escrito um número natural.
Tira-se, ao acaso, um cartão do saco.
Considere os acontecimentos:

A: «o cartão extraído tem número par»

B: «o cartão extraído tem número múltiplo de 5»

C: «o cartão extraído tem número múltiplo de 10»

Sabe-se que: $P(C) = \frac{3}{8}$ e $P(B|A) = \frac{15}{16}$

Qual é o valor de $P(A)$?

(A) $\frac{1}{5}$ **(B)** $\frac{2}{5}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{2}{3}$

6. Uma variável aleatória X tem a seguinte distribuição de probabilidades:

x_i	0	a	$2a$
$P(X = x_i)$	$0{,}2$	$0{,}4$	b

(a e b designam números reais positivos)

Sabe-se que o valor médio da variável aleatória X é $2{,}4$

Qual é o valor de a?

(A) 3 **(B)** $2{,}5$ **(C)** 2 **(D)** $1{,}5$

7. Admita que a variável *altura*, em centímetros, dos rapazes de 13 anos de um certo país, é bem modelada por uma distribuição normal, de valor médio 140.
Escolhido, ao acaso, um rapaz de 13 anos desse país, sabe-se que a probabilidade de a sua altura pertencer a um determinado intervalo $[a, b]$ é igual a 60%.
Quais dos seguintes podem ser os valores de a e de b?

(A) $a = 140$ e $b = 170$ **(B)** $a = 120$ e $b = 140$

(C) $a = 130$ e $b = 150$ **(D)** $a = 150$ e $b = 180$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas em 4 naipes (*Espadas*, *Copas*, *Ouros* e *Paus*). Em cada naipe há 13 cartas: um *Ás*, três figuras (*Rei*, *Dama* e *Valete*) e mais 9 cartas (do *Dois* ao *Dez*).

1.1. Utilizando apenas o naipe de paus, quantas sequências diferentes de 13 cartas, iniciadas com uma figura, é possível construir?

1.2. Retirando ao acaso, sucessivamente e sem reposição, seis cartas de um baralho completo, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Ás? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

2. Um saco contém dez bolas.
Quatro bolas estão numeradas com o número 1, cinco com o número 2 e uma com o número 3.

2.1. Extrai-se, ao acaso, **uma** bola do saco.
Seja X o **número da bola extraída**.
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X, apresentando as probabilidades na forma de dízima.

2.2. Do saco novamente completo, tiram-se simultaneamente, ao acaso, **duas** bolas.
Determine a probabilidade de essas duas bolas terem o mesmo número. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2.3. Considere, uma vez mais, o saco com a sua constituição inicial.
Tira-se, ao acaso, uma bola do saco, observa-se o número e repõe-se a bola no saco juntamente com mais dez bolas com o mesmo número.
Seguidamente, tira-se, ao acaso, uma segunda bola do saco.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: «*sair bola com o número* 1 *na primeira extracção*»
B: «*sair bola com o número* 1 *na segunda extracção*»
Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique, na forma de fracção, o valor de $P(B|A)$. Numa pequena composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de $P(B|A)$, no contexto da situação descrita.

3. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$.
Sabe-se que A e B são acontecimentos independentes, que $P(B) = \frac{2}{3}$ e que $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$
Determine o valor de $P(A \cup B)$. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

COTAÇÕES

Grupo I **63**

Cada resposta certa 9
Cada resposta errada... 0
Cada questão não respondida ou anulada 0

Grupo II **137**

1. 44
1.1. 22
1.2. 22

2. 70
2.1. 24
2.2. 22
2.3. 24

3. 23

TOTAL **200**