

# TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

7 de Dezembro de 2006

## CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO - VERSÃO 1

---

### COTAÇÕES

|  |            |
|--|------------|
| <b>Grupo I</b> .....                         | <b>63</b>  |
| Cada resposta certa .....                    | 9          |
| Cada resposta errada.....                    | 0          |
| Cada questão não respondida ou anulada ..... | 0          |
| <br>   |            |
| <b>Grupo II</b> .....                        | <b>137</b> |
| <br>   |            |
| <b>1.</b> .....                              | <b>44</b>  |
| <b>1.1.</b> .....                            | <b>22</b>  |
| <b>1.2.</b> .....                            | <b>22</b>  |
| <br>   |            |
| <b>2.</b> .....                              | <b>70</b>  |
| <b>2.1.</b> .....                            | <b>24</b>  |
| <b>2.2.</b> .....                            | <b>22</b>  |
| <b>2.3.</b> .....                            | <b>24</b>  |
| <br>   |            |
| <b>3.</b> .....                              | <b>23</b>  |
| <br>   |            |
| <b>TOTAL</b> .....                           | <b>200</b> |

## Grupo I

Deverão ser anulados todos os itens com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todos os itens em que o aluno dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

|                  |          |          |          |          |          |          |          |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Itens</b>     | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> | <b>6</b> | <b>7</b> |
| <b>Respostas</b> | B        | B        | A        | A        | B        | C        | C        |

## Grupo II

### Critérios gerais

1. Se o aluno se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o aluno apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. As cotações a atribuir às respostas dos alunos são expressas obrigatoriamente em números inteiros.
4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:
  - Se o aluno se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser de 0 (zero) pontos.
  - Se o aluno não se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser a soma algébrica das cotações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8 e 9 destes critérios gerais, e das desvalorizações previstas nos pontos 10 e 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a cotação a atribuir é de 0 (zero) pontos.
5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o aluno utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.

**6.** A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o aluno deve percorrer para o resolver.

**6.1.** Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.

**6.2.** O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.

Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.

Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, o cálculo da derivada de uma função, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:

- erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
- erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

**6.3.** Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do aluno numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.

**6.4.** No caso de o aluno cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o aluno as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.

**6.5.** Caso o aluno cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo aluno, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.

**6.6.** Pode acontecer que o aluno, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo aluno, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.

7. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, "em minutos", "em percentagem", etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo aluno não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o aluno o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a cotação não deve ser desvalorizada caso o aluno não indique a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o aluno escrever simplesmente 12, não se deve aplicar nenhuma desvalorização). Se não for pedida aproximação para o resultado final, o aluno deve apresentar o valor exacto. Se o aluno apresentar, como resultado final, uma aproximação do valor exacto, deve ser aplicada uma desvalorização de 1 ponto na cotação a atribuir à etapa correspondente ao resultado final.
  
8. O aluno deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o aluno não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.
  
9. O aluno deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, "sem recorrer à calculadora", "equacione o problema", "resolva graficamente", etc.). Na resolução apresentada pelo aluno, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o aluno não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito, bem como todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.
  
10. Se, na resolução de um item, o aluno utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), a cotação total a atribuir ao item deve ser desvalorizada em um ponto. Esta desvalorização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas cotadas com 0 (zero) pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.
  
11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o aluno deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na cotação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução ..... -2 pontos

## Critérios específicos

### 1.1. .... 22

|  |    |
|--|----|
| Expressão que dá o valor pedido (ver notas 1 e 2)..... | 21 |
| Resultado final (ver nota 3).....                      | 1  |

#### Notas:

1. Indicam-se a seguir possíveis respostas do aluno, no que respeita à escrita da expressão, com a respectiva cotação a atribuir.

|   |    |
|---|----|
| Expressão correcta ( $3 \times 12!$ ) ..... | 21 |
| $4 \times 12!$ .....                        | 15 |
| $3 \times 13!$ .....                        | 10 |
| $3! \times 10!$ .....                       | 10 |
| $3! \times 12!$ .....                       | 10 |
| $3 \times 10!$ .....                        | 10 |
| $3 \times {}^{12}C_{12}$ .....              | 5  |
| Outras situações .....                      | 0  |

2. Caso o aluno apresente, como resposta, a expressão  $\frac{3 \times 12!}{13!}$  (probabilidade de, ao formar, ao acaso, uma sequência com as treze cartas de paus, ela iniciar-se com uma figura), a cotação a atribuir a esta etapa deverá ser de 14 pontos.

3. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se a primeira etapa não tiver sido cotada com 0 (zero) pontos.  
A cotação deve ser atribuída de acordo com o seguinte critério:

|  |   |
|--|---|
| Resultado de acordo com a expressão escrita pelo aluno ..... | 1 |
| Outras situações .....                                       | 0 |

Expressão que dá a probabilidade pedida (ver notas 1 e 2)..... 20  
 Resultado final (ver nota 3)..... 2

**Notas:**

1. Indicam-se a seguir possíveis respostas do aluno, no que respeita à escrita da expressão, com a respectiva cotação a atribuir.

Expressão correcta  $\left( \frac{4 \times {}^{48}C_5}{{}^{52}C_6} \text{ ou } \frac{4 \times {}^{48}A_5 \times 6}{{}^{52}A_6} \right)$  ..... 20

$\frac{4 \times {}^{48}A_5}{{}^{52}A_6}$  ..... 15

$\frac{{}^4C_1 \times {}^{51}C_5}{{}^{52}C_6}$  ..... 15

$\frac{{}^6C_1 \times {}^{46}C_5}{{}^{52}C_6}$  ..... 10

$\frac{{}^6C_1 \times {}^{46}C_3}{{}^{52}C_4}$  ..... 10

$\frac{{}^4C_1 + {}^{48}C_5}{{}^{52}C_6}$  ..... 8

$\frac{{}^{48}C_5}{{}^{52}C_6}$  ..... 8

${}^6C_1 \times \left(\frac{4}{52}\right)^1 \times \left(\frac{48}{52}\right)^5$  ..... 8

Outras fracções com denominador  ${}^{52}C_6$  ou  ${}^{52}A_6$  ..... 4

Outras situações ..... 0

2. Se o aluno indicar o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis, mas não escrever a expressão que dá a probabilidade pedida, deve ser atribuído a esta etapa menos 1 ponto do que nas situações referidas na nota 1.

3. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se a primeira etapa não tiver sido cotada com 0 (zero) pontos.

A cotação deve ser atribuída de acordo com o seguinte critério:

Resultado de acordo com a expressão escrita pelo aluno, na forma de dízima, correctamente arredondado às centésimas .....2

Resultado de acordo com a expressão escrita pelo aluno, na forma de dízima, mas não arredondado às centésimas, ou arredondado incorrectamente ..... 1

Outras situações ..... 0

A cotação a atribuir deve estar de acordo com os níveis de desempenho a seguir apresentados. Para cada um deles, a cotação indicada é a máxima, podendo ser inferior, de acordo com as desvalorizações previstas em nota.

**Nível 1:** Tabela completa  $\left( \begin{array}{c|c|c|c} x_i & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(X = x_i) & 0,4 & 0,5 & 0,1 \end{array} \right)$  ..... 24

**Nível 2:** Tabela incompleta (ausência da primeira coluna) ..... 16

**Nível 3:** Respostas do tipo  
 $P(X = 1) = 0,4 \quad P(X = 2) = 0,5 \quad P(X = 3) = 0,1$  ..... 14

**Nível 4:** Respostas do tipo  $P(1) = 0,4 \quad P(2) = 0,5 \quad P(3) = 0,1$  ..... 8

**Nível 5:** Outras situações ..... 0

**Nota:** Incorreções sujeitas a desvalorização:

- Incorreções de natureza formal na primeira coluna da tabela  
 $\left( \text{não são incorrectas as notações } \begin{array}{c} x_i \\ p_i \end{array} \text{ e } \begin{array}{c} x \\ p \end{array} \right)$ .
- Incorreções de natureza formal na apresentação dos valores da variável (por exemplo, o aluno escreve nº1, nº 2 e nº 3, em vez de 1, 2 e 3).
- Não apresentação de todas as probabilidades na forma de dízima.

Por cada uma destas incorreções, a resposta deve ser desvalorizada em 2 pontos.

Expressão que dá a probabilidade pedida (**ver nota 1**)..... 21  
 Resultado final (**ver nota 2**)..... 1

**Notas:**

1. Indicam-se a seguir possíveis respostas do aluno, no que respeita à escrita da expressão, com a respectiva cotação a atribuir.

Expressão correcta

$\left( \frac{{}^4C_2 + {}^5C_2}{{}^{10}C_2} \text{ ou } \frac{{}^4A_2 + {}^5A_2}{{}^{10}A_2} \text{ ou } \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} \right)$  .....21

$\frac{4^2 + 5^2 + 1^2}{10^2}$  ..... 12

$\frac{4^2 + 5^2}{10^2}$  .....10

$\frac{{}^4C_2 \times {}^5C_2}{{}^{10}C_2} \text{ ou } \frac{{}^4A_2 \times {}^5A_2}{{}^{10}A_2} \text{ ou } \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{5}{10} \times \frac{4}{9}$ .....8

Outras fracções com denominador  ${}^{10}C_2$  ou  ${}^{10}A_2$  .....4

Outras situações ..... 0

2. Se o aluno indicar o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis, mas não escrever a expressão que dá a probabilidade pedida, deve ser atribuído a esta etapa menos 1 ponto do que nas situações referidas na nota 1.

3. A pontuação relativa a esta etapa só pode ser atribuída se a primeira etapa não tiver sido cotada com 0 (zero) pontos.  
 A cotação deve ser atribuída de acordo com o seguinte critério:

Resultado de acordo com a expressão escrita pelo aluno, na forma de fracção irredutível ..... 1

Outras situações ..... 0

A composição deve contemplar os seguintes pontos:

- o significado de  $P(B|A)$ , no contexto da situação descrita (probabilidade de sair bola com o número 1 na segunda extracção, sabendo que saiu bola com o número 1 na primeira extracção);
- a explicação de que, como saiu bola com o número 1 na primeira extracção, são introduzidas no saco mais dez bolas com o número 1;
- a referência ao facto de que o saco passa a ter catorze bolas com o número 1;
- a referência ao facto de que o saco passa a ter um total de vinte bolas;
- a conclusão de que a probabilidade pedida é  $\frac{14}{20}$

Na tabela seguinte, indica-se como esta alínea deve ser cotada.

| Forma<br>Conteúdo  | Nível 3<br>(*) | Nível 2<br>(**) | Nível 1<br>(***) |
|--|----------------|-----------------|------------------|
| A composição contempla correctamente os cinco pontos.      | 24             | 23              | 22               |
| A composição contempla correctamente apenas quatro pontos. | 19             | 18              | 17               |
| A composição contempla correctamente apenas três pontos.   | 14             | 13              | 12               |
| A composição contempla correctamente apenas dois pontos.   | 9              | 8               | 7                |
| A composição contempla correctamente apenas um ponto.      | 4              | 3               | 2                |

- (\*) **Nível 3** - Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de coerência e de rigor de sentido.
- (\*\*) **Nível 2** - Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implica perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
- (\*\*\*) **Nível 1** - Composição sem estruturação, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, com perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

**Nota:**

Este item pretende avaliar a capacidade de **explicar, em linguagem corrente**, um raciocínio matemático. Assim, considera-se que uma resposta do tipo

$$\text{« } A \ P(B) \text{ sabendo que na primeira saiu bola com o número 1 é } \frac{14}{20}$$

$$14 = 4 + 10 \quad 20 = 4 + 10 + 5 + 1 \text{ »}$$

contempla apenas o último ponto (apesar de ser evidente que o aluno percebeu e resolveu completamente o problema).

A resolução desta questão envolve duas etapas:

- Cálculo de  $P(A)$
- Cálculo de  $P(A \cup B)$

Considera-se que o aluno cumpre correctamente uma etapa se adoptou um **procedimento correcto** (quer no que respeita às fórmulas utilizadas, quer no que respeita ao cálculo com fracções), independentemente de ter cometido, ou não, erros ocasionais de contas, erros de natureza formal ou erros resultantes de transposição errada de dados do enunciado.

A cotação a atribuir deve estar de acordo com os níveis de desempenho a seguir apresentados. Para cada um deles, a cotação indicada é a máxima, podendo ser inferior, de acordo com as desvalorizações previstas na nota 1.

**Nível 1:** O aluno cumpre correctamente as duas etapas .....23

**Nível 2:** O aluno cumpre correctamente uma etapa (**ver nota 2**)..... 7

**Notas:**

1. Erros ocasionais de contas, erros de natureza formal ou erros resultantes de transposição errada de dados do enunciado devem ser desvalorizados:

- em 1 ponto, se conduzirem a probabilidades pertencentes ao intervalo  $]0, 1[$ ;
- em 6 pontos, se conduzirem a probabilidades pertencentes ao conjunto  $\{0, 1\}$ ;
- em 10 pontos, se conduzirem a probabilidades fora do intervalo  $[0, 1]$ .

Se, por efeitos da desvalorização, a pontuação resultar negativa, deve ser convertida em 0 (zero) pontos.

Não se incluem nos erros ocasionais de contas, erros que revelem desconhecimento de regras operatórias com fracções.

2. Incluem-se neste nível as seguintes situações:

- o aluno calcula correctamente  $P(A)$ , mas não calcula correctamente  $P(A \cup B)$
- o aluno não calcula  $P(A)$ , mas conclui que  $P(A \cup B) = P(A) + \frac{1}{6}$
- o aluno calcula incorrectamente  $P(A)$ , mas calcula correctamente  $P(A \cup B)$ , de acordo com o valor obtido para  $P(A)$