

TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

**12.º Ano de Escolaridade**

(Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

Duração da Prova: **90 minutos**

7/Dezembro/2006

**PROBABILIDADES E COMBINATÓRIA**

**VERSÃO 2**

**Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova.**

**A ausência desta indicação implicará a anulação da prova.**

A prova é constituída por dois Grupos, I e II.

O Grupo I inclui sete itens de escolha múltipla.

O Grupo II inclui três itens de resposta aberta, subdivididos em alíneas, num total de seis.

## Grupo I

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. No Triângulo de Pascal, considere a linha que contém os elementos da forma  ${}^{2006}C_k$ .  
Quantos elementos desta linha são menores do que  ${}^{2006}C_5$  ?
- (A) 10                      (B) 8                      (C) 6                      (D) 4
2. Seja  $\Omega$  o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.  
Sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos ( $A \subset \Omega$  e  $B \subset \Omega$ ) tais que  $0 < P(A) < 1$  e  $0 < P(B) < 1$ .  
Sabe-se que  $A \subset B$ .  
Qual é o valor de  $P[(A \cap B) \cup \bar{A}]$  ?
- (A) 1                      (B)  $P(B)$                       (C)  $P(A)$                       (D) 0
3. Um saco contém um certo número de cartões.  
Em cada cartão está escrito um número natural.  
Tira-se, ao acaso, um cartão do saco.  
Considere os acontecimentos:  
 $A$ : «o cartão extraído tem número par»  
 $B$ : «o cartão extraído tem número múltiplo de 5»  
 $C$ : «o cartão extraído tem número múltiplo de 10»  
Sabe-se que:  $P(C) = \frac{3}{8}$  e  $P(B|A) = \frac{9}{16}$   
Qual é o valor de  $P(A)$  ?
- (A)  $\frac{1}{3}$                       (B)  $\frac{2}{3}$                       (C)  $\frac{1}{5}$                       (D)  $\frac{2}{5}$

4. Uma variável aleatória  $X$  tem a seguinte distribuição de probabilidades:

$x_i$	0	$a$	$2a$
$P(X = x_i)$	0,3	0,5	$b$

( $a$  e  $b$  designam números reais positivos)

Sabe-se que o valor médio da variável aleatória  $X$  é 2,7

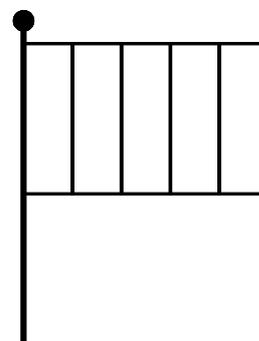
Qual é o valor de  $a$ ?

- (A) 3                      (B) 2,5                      (C) 2                      (D) 1,5
5. Admita que a variável *altura*, em centímetros, das meninas de cinco anos de um certo país, é bem modelada por uma distribuição normal, de valor médio 90. Escolhida, ao acaso, uma menina de cinco anos desse país, sabe-se que a probabilidade de a sua altura pertencer a um determinado intervalo  $[a, b]$  é igual a 70%.  
Quais dos seguintes podem ser os valores de  $a$  e de  $b$ ?

- (A)  $a = 70$  e  $b = 90$                       (B)  $a = 100$  e  $b = 130$   
(C)  $a = 90$  e  $b = 120$                       (D)  $a = 80$  e  $b = 100$

6. Pretende-se fazer uma bandeira com cinco tiras verticais, respeitando as seguintes condições:

- duas tiras vizinhas não podem ser pintadas com a mesma cor;
- cada uma das três tiras centrais pode ser pintada de vermelho ou de amarelo;
- cada uma das duas tiras das extremidades pode ser pintada de branco, de azul, de verde ou de preto.



De acordo com estas condições, quantas bandeiras diferentes se podem fazer?

- (A) 12                      (B) 18                      (C) 24                      (D) 32
7. Dois rapazes e três raparigas vão fazer um passeio num automóvel com cinco lugares, dois à frente e três atrás.  
Sabe-se que:
- apenas as raparigas podem conduzir;
  - o Paulo, namorado da Inês, tem de ficar ao lado dela.
- De acordo com estas restrições, de quantos modos distintos podem ficar dispostos os cinco jovens no automóvel?

- (A) 48                      (B) 22                      (C) 14                      (D) 10

## Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Um saco contém dez bolas.  
Duas bolas estão numeradas com o número 1, uma com o número 2 e sete com o número 3.
  - 1.1. Extraí-se, ao acaso, **uma** bola do saco.  
Seja  $X$  o **número da bola extraída**.  
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória  $X$ , apresentando as probabilidades na forma de dízima.
  - 1.2. Do saco novamente completo, tiram-se simultaneamente, ao acaso, **duas** bolas.  
Determine a probabilidade de essas duas bolas terem o mesmo número. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
  - 1.3. Considere, uma vez mais, o saco com a sua constituição inicial.  
Tira-se, ao acaso, uma bola do saco, observa-se o número e repõe-se a bola no saco juntamente com mais oito bolas com o mesmo número.  
Seguidamente, tira-se, ao acaso, uma segunda bola do saco.  
Sejam  $A$  e  $B$  os acontecimentos:  
 $A$ : «sair bola com o número 3 na primeira extracção»  
 $B$ : «sair bola com o número 3 na segunda extracção»  
Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique, na forma de fracção, o valor de  $P(B|A)$ . Numa pequena composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de  $P(B|A)$ , no contexto da situação descrita.
2. Seja  $\Omega$  o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.  
Sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos ( $A \subset \Omega$  e  $B \subset \Omega$ ).  
Sabe-se que  $A$  e  $B$  são acontecimentos independentes, que  $P(B) = \frac{3}{5}$  e que  $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$   
Determine o valor de  $P(A \cup B)$ . Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
3. Um certo baralho de cartas é constituído por 40 cartas, repartidas em 4 naipes (*Espadas, Copas, Ouros e Paus*). Em cada naipe há 10 cartas: um Ás, três figuras (*Rei, Dama e Valete*) e mais 6 cartas (do *Dois* ao *Sete*).
  - 3.1. Utilizando apenas o naipe de copas, quantas sequências diferentes de 10 cartas, iniciadas com uma figura, é possível construir?
  - 3.2. Retirando ao acaso, sucessivamente e sem reposição, sete cartas desse baralho, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Ás? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

## COTAÇÕES

<b>Grupo I</b> .....	<b>63</b>
Cada resposta certa .....	9
Cada resposta errada.....	0
Cada questão não respondida ou anulada .....	0
<b>Grupo II</b> .....	<b>137</b>
<b>1.</b> .....	<b>70</b>
<b>1.1.</b> .....	<b>24</b>
<b>1.2.</b> .....	<b>22</b>
<b>1.3.</b> .....	<b>24</b>
<b>2.</b> .....	<b>23</b>
<b>3.</b> .....	<b>44</b>
<b>3.1.</b> .....	<b>22</b>
<b>3.2.</b> .....	<b>22</b>
<b>TOTAL</b> .....	<b>200</b>