gave
gabinete de avaliação educacional

Ministério da Educação

TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

12.º Ano de Escolaridade

(Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

Duração da Prova: **90 minutos** 7/Dezembro/2006

PROBABILIDADES E COMBINATÓRIA

VERSÃO 4

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova.

A ausência desta indicação implicará a anulação da prova.

A prova é constituída por dois Grupos, I e II.

O Grupo I inclui sete itens de escolha múltipla.

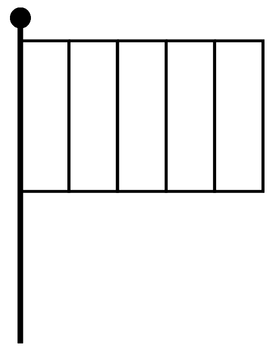
O Grupo II inclui três itens de resposta aberta, subdivididos em alíneas, num total de seis.

Grupo I

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.

1. Pretende-se fazer uma bandeira com cinco tiras verticais, respeitando as seguintes condições:
- duas tiras vizinhas não podem ser pintadas com a mesma cor;
- cada uma das três tiras centrais pode ser pintada de vermelho ou de amarelo;
- cada uma das duas tiras das extremidades pode ser pintada de branco, de azul, de verde ou de preto.

De acordo com estas condições, quantas bandeiras diferentes se podem fazer?



(A) 12 **(B)** 18 **(C)** 24 **(D)** 32

2. Dois rapazes e três raparigas vão fazer um passeio num automóvel com cinco lugares, dois à frente e três atrás.
Sabe-se que:
- apenas as raparigas podem conduzir;
- o Paulo, namorado da Inês, tem de ficar ao lado dela.

De acordo com estas restrições, de quantos modos distintos podem ficar dispostos os cinco jovens no automóvel?

(A) 10 **(B)** 14 **(C)** 22 **(D)** 48

3. No Triângulo de Pascal, considere a linha que contém os elementos da forma ${}^{2006}C_k$
Quantos elementos desta linha são menores do que ${}^{2006}C_5$?

(A) 4 **(B)** 6 **(C)** 8 **(D)** 10

4. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) tais que $0 < P(A) < 1$ e $0 < P(B) < 1$.
Sabe-se que $A \subset B$.
Qual é o valor de $P\left[(A \cap B) \cup \overline{A}\right]$?

(A) 0 **(B)** $P(A)$ **(C)** $P(B)$ **(D)** 1

5. Um saco contém um certo número de cartões.
Em cada cartão está escrito um número natural.
Tira-se, ao acaso, um cartão do saco.
Considere os acontecimentos:

A: «o cartão extraído tem número par»

B: «o cartão extraído tem número múltiplo de 5»

C: «o cartão extraído tem número múltiplo de 10»

Sabe-se que: $P(C) = \frac{3}{8}$ e $P(B|A) = \frac{9}{16}$

Qual é o valor de $P(A)$?

(A) $\frac{1}{5}$ **(B)** $\frac{2}{5}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{2}{3}$

6. Uma variável aleatória X tem a seguinte distribuição de probabilidades:

x_i	0	a	$2a$
$P(X = x_i)$	$0{,}3$	$0{,}5$	b

(a e b designam números reais positivos)

Sabe-se que o valor médio da variável aleatória X é $2{,}7$

Qual é o valor de a?

(A) 3 **(B)** $2{,}5$ **(C)** 2 **(D)** $1{,}5$

7. Admita que a variável *altura*, em centímetros, das meninas de cinco anos de um certo país, é bem modelada por uma distribuição normal, de valor médio 90.
Escolhida, ao acaso, uma menina de cinco anos desse país, sabe-se que a probabilidade de a sua altura pertencer a um determinado intervalo $[a, b]$ é igual a 70%.
Quais dos seguintes podem ser os valores de a e de b ?

(A) $a = 90$ e $b = 120$ **(B)** $a = 80$ e $b = 100$

(C) $a = 70$ e $b = 90$ **(D)** $a = 100$ e $b = 130$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Um certo baralho de cartas é constituído por 40 cartas, repartidas em 4 naipes (*Espadas*, *Copas*, *Ouros* e *Paus*). Em cada naipe há 10 cartas: um *Ás*, três figuras (*Rei*, *Dama* e *Valete*) e mais 6 cartas (do *Dois* ao *Sete*).

1.1. Utilizando apenas o naipe de copas, quantas sequências diferentes de 10 cartas, iniciadas com uma figura, é possível construir?

1.2. Retirando ao acaso, sucessivamente e sem reposição, sete cartas desse baralho, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Ás? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

2. Um saco contém dez bolas.
Duas bolas estão numeradas com o número 1, uma com o número 2 e sete com o número 3.

2.1. Extrai-se, ao acaso, **uma** bola do saco.
Seja X o **número da bola extraída**.
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X, apresentando as probabilidades na forma de dízima.

2.2. Do saco novamente completo, tiram-se simultaneamente, ao acaso, **duas** bolas.
Determine a probabilidade de essas duas bolas terem o mesmo número. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2.3. Considere, uma vez mais, o saco com a sua constituição inicial.
Tira-se, ao acaso, uma bola do saco, observa-se o número e repõe-se a bola no saco juntamente com mais oito bolas com o mesmo número.
Seguidamente, tira-se, ao acaso, uma segunda bola do saco.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: «*sair bola com o número* 3 *na primeira extracção*»
B: «*sair bola com o número* 3 *na segunda extracção*»
Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique, na forma de fracção, o valor de $P(B|A)$. Numa pequena composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de $P(B|A)$, no contexto da situação descrita.

3. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que A e B são acontecimentos independentes, que $P(B) = \frac{3}{5}$ e que $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$
Determine o valor de $P(A \cup B)$. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

COTAÇÕES

Grupo I **63**

Cada resposta certa 9
Cada resposta errada... 0
Cada questão não respondida ou anulada 0

Grupo II **137**

1. 44
1.1. 22
1.2. 22

2. 70
2.1. 24
2.2. 22
2.3. 24

3. 23

TOTAL **200**