TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

7 de Dezembro de 2006

RESOLUÇÃO - VERSÃO 4

Grupo I

1. $4 \times 2 \times 1 \times 1 \times 4 = 32$

Resposta **D**

2. $1 \times 1 \times 3! + 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 22$

Resposta **C**

3. O número de elementos é 10. Eles são os seguintes:
$^{2006}C_0$ ... $^{2006}C_4$ e $^{2006}C_{2002}$ ... $^{2006}C_{2006}$

Resposta **D**

4. $P\left[(A \cap B) \cup \overline{A}\,\right] = P\left(A \cup \overline{A}\,\right) = P\left(\Omega\right) = 1$

Resposta **D**

5. $P(B|A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(C)}{P(A)}$ pois $C = B \cap A$

$$\frac{9}{16} = \frac{\frac{3}{8}}{P(A)} \quad \Leftrightarrow \quad P(A) = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{9}{16}} = \frac{2}{3}$$

Resposta **D**

6. $0{,}3 + 0{,}5 + b = 1 \quad \Leftrightarrow \quad b = 0{,}2$
$a \times 0{,}5 + 2a \times 0{,}2 = 2{,}7 \quad \Leftrightarrow \quad a = 3$

Resposta **A**

7. A Curva de Gauss é simétrica em relação ao valor médio. Por isso, a probabilidade de, escolhida uma menina ao acaso, a sua altura pertencer ao intervalo $]-\infty, 90]$ é 50%. O mesmo acontece em relação ao intervalo $[90, +\infty[$.
Cada uma das opções A, C e D conduz a um intervalo que está contido num daqueles dois intervalos, pelo que a respectiva probabilidade é inferior a 50%.

Resposta **B**

Grupo II

1.

1.1. $3 \times 9! = 1088640$

1.2. $\dfrac{{}^{4}C_1 \times {}^{36}C_6}{{}^{40}C_7} \approx 0{,}42$ ou $\dfrac{4 \times {}^{36}A_6 \times 7}{{}^{40}A_7} \approx 0{,}42$

2.

2.1. Tem-se:

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{10}$

Donde vem:

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$0{,}2$	$0{,}1$	$0{,}7$

2.2. $\dfrac{{}^{2}C_2 + {}^{7}C_2}{{}^{10}C_2} = \dfrac{22}{45}$

2.3. É pedida a probabilidade de *sair bola com o número 3 na segunda extracção*, sabendo que *saiu bola com o número 3 na primeira extracção*.
Ao observarmos que saiu bola com o número 3 na primeira extracção, repomos essa bola no saco, juntamente com mais oito bolas com o número 3.
O saco fica, assim, com quinze bolas com o número 3, num total de dezoito bolas.
A probabilidade pedida é, então, de acordo com a Regra de Laplace, igual a $\frac{15}{18}$.

3.

Tem-se que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Sabemos o valor de $P(B)$ e de $P(A \cap B)$. Falta saber o valor de $P(A)$.

Como A e B são acontecimentos independentes, tem-se que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Portanto, $\frac{1}{3} = P(A) \times \frac{3}{5}$ donde $P(A) = \frac{1}{3} : \frac{3}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{9}$

Vem, assim, que $P(A \cup B) = \frac{5}{9} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{25}{45} + \frac{27}{45} - \frac{15}{45} = \frac{37}{45}$