TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

RESOLUÇÃO - VERSÃO 1

Grupo I

1. Dado que a soma dos dois primeiros elementos da linha é igual a 13 e uma vez que, no Triângulo de Pascal, o primeiro elemento de qualquer linha é igual a 1, podemos concluir que o segundo elemento da linha em causa é igual a 12.

Trata-se, portanto, da linha que contém os elementos da forma ${}^{12}C_k$.

O terceiro elemento dessa linha é ${}^{12}C_2$, ou seja, 66, que é menor do que 70.

O quarto elemento da linha é ${}^{12}C_3$, ou seja, 220, que já é maior do que 70.

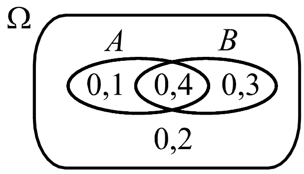
Portanto, só os três primeiros e os três últimos elementos dessa linha são menores do que 70.

Resposta **C**

2. $5 \times 4 \times 1 \times 1 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 20 + 120 = 140$

Resposta **A**

3. No diagrama apresentado ao lado, tem-se, de acordo com o enunciado, $P(A) = 0{,}5$ e $P(B) = 0{,}7$.
Este diagrama permite excluir as alternativas A, C e D, pelo que a alternativa correcta é a B.



Outro processo:

Se A e B fossem acontecimentos incompatíveis, ter-se-ia $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}5 + 0{,}7 = 1{,}2$, o que é absurdo, dado que a probabilidade de qualquer acontecimento nunca é maior do que 1.

Portanto, A e B são acontecimentos compatíveis.

Resposta **B**

4. Como o valor médio da variável aleatória X é $1{,}4$ tem-se
$0 \times a + 1 \times b + 2 \times 0{,}5 = 1{,}4$ pelo que $b = 0{,}4$.
Vem então $a + 0{,}4 + 0{,}5 = 1$, donde $a = 0{,}1$

Resposta **A**

5. Sendo X uma variável aleatória com distribuição normal, de valor médio μ e desvio padrão σ, tem-se $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 99{,}73\%$
Vem então $8{,}7 = 9 - 3\sigma$ e $9{,}3 = 9 + 3\sigma$, pelo que $\sigma = 0{,}1$

Resposta **A**

Grupo II

1.1.1. ${}^{8}C_3 \times {}^{6}C_2 = 840$

1.1.2. ${}^{8}C_5 + {}^{6}C_5 = 62$

1.2. A probabilidade pedida é $\dfrac{6}{{}^{14}C_5} = \dfrac{3}{1001}$

2.1.

x_i	0	1	8
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

2.2. Os acontecimentos R e S são independentes se, e só se, $P(R \cap S) = P(R) \times P(S)$

Como $R \cap S$ é o acontecimento «sair 1, 1, 1», tem-se $P(R \cap S) = \dfrac{1}{6}$

Dado que $P(R) = \dfrac{2}{6}$ e $P(S) = \dfrac{2}{6}$, tem-se $P(R \cap S) \neq P(R) \times P(S)$.

Portanto, os acontecimentos R e S não são independentes.

3.1. $P(A|B) - P(\overline{B}) \times P(A|B) = P(A|B)\left[1 - P(\overline{B})\right] =$

$= P(A|B) \times P(B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$

3.2. Sejam:

A : «o aluno escolhido é rapariga»; B : «o aluno escolhido pratica desporto»

Como 60% dos alunos da turma praticam desporto, tem-se $P(B) = 0{,}6$

Como 40% dos alunos da turma são raparigas, tem-se $P(A) = 0{,}4$

Como metade dos praticantes de desporto são raparigas, tem-se $P(A|B) = 0{,}5$

Substituindo na fórmula da alínea anterior, vem:

$0{,}5 - 0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}4 \times P(B|A)$

Portanto, $P(B|A) = 0{,}75$. A probabilidade pedida é 75%.

4. Como a variável aleatória X pode tomar o valor 3, existem, pelo menos, três bolas brancas no saco, pelo que, no máximo, existem duas bolas pretas no saco.

Por outro lado, é dito no enunciado que, no saco, há pelo menos uma bola de cada cor, pelo que há, pelo menos, uma bola preta no saco.

Se existissem, no saco, duas bolas pretas, poderia acontecer que, ao tirar três bolas do saco, saíssem duas bolas pretas e uma branca. Nesse caso, a variável aleatória X, *número de bolas brancas retiradas*, tomaria o valor 1.

Como X só toma os valores 2 e 3, não pode haver, no saco, duas bolas pretas.

Portanto, no saco, há uma bola preta e quatro bolas brancas.