

Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 27.01.2010

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

COTAÇÕES

GRUPO I	(5 × 10 pontos)	50 pontos
GRUPO II		150 pontos
1.		60 pontos
1.1.		20 pontos
1.2.		20 pontos
1.3.		20 pontos
2.		35 pontos
2.1.		20 pontos
2.2.		15 pontos
3.		55 pontos
3.1.		20 pontos
3.2.		20 pontos
3.3.		15 pontos
	TOTAL	200 pontos

A classificação do teste deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto na grelha de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente a que item diz respeito.

Se o aluno responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

A ausência de indicação inequívoca da versão do teste (Versão 1 ou Versão 2) implica a classificação com zero pontos das respostas aos itens de escolha múltipla.

Nos itens de escolha múltipla, a cotação total do item é atribuída às respostas que apresentem, de forma inequívoca, a única opção correcta.

São classificadas com zero pontos as respostas em que é assinalada:

- uma opção incorrecta;
- mais do que uma opção.

Não há lugar a classificações intermédias.

Os critérios de classificação dos itens de resposta aberta apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação. No caso de, ponderados todos os dados contidos nos descritores, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tipos em consideração.

Nos itens de resposta aberta, com cotação igual ou superior a quinze pontos que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação em língua portuguesa. A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

Níveis	Descritores
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

No quadro seguinte apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente:

Situação	Classificação
1. Classificação de um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual se subtrai eventualmente um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 14 e 19.
2. Classificação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
3. Classificação de um item ou de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto na situação 19.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo aluno. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
6. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [por exemplo, «usando métodos analíticos»].	A etapa em que a instrução não é respeitada é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
7. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa*.	A etapa é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
8. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permitir perceber, inequivocamente, que a etapa foi percorrida, a mesma é classificada com a cotação total para ela prevista.
9. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à classificação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
10. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à classificação da etapa em que o erro ocorre.
11. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
12. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	<p>A etapa é classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>As etapas subsequentes são classificadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação; - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
13. Resolução incompleta de uma etapa.	Se, à resolução da etapa, faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à classificação da etapa; caso contrário, a classificação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fracção e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros».]	A etapa relativa à apresentação do resultado final é classificada com a cotação total para ela prevista.
17. Apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exacto.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
19. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto:</p> <ul style="list-style-type: none"> - se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos; - nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO DO TESTE

GRUPO I

1. a 5.(5 × 10 pontos)..... 50 pontos

As respostas correctas são as seguintes:

Itens	1	2	3	4	5
Respostas	B	D	A	D	A

GRUPO II

1.1. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

Reconhecer que a área da região sombreada é dada pela diferença entre a área do quadrado $[ABCD]$ e a área do triângulo $[ADP]$ 3 pontos

Concluir que a área do quadrado $[ABCD]$ é igual a 4 2 pontos

Mostrar que a área do triângulo $[ADP]$ é dada por $\frac{2}{\operatorname{tg} x}$ 13 pontos

$$\operatorname{tg} x = \frac{2}{\overline{DP}} \text{ 4 pontos}$$

$$\overline{DP} = \frac{2}{\operatorname{tg} x} \text{ 4 pontos}$$

$$\text{Área do triângulo } [ADP] = \frac{2 \times \frac{2}{\operatorname{tg} x}}{2} \text{ 3 pontos}$$

$$\text{Área do triângulo } [ADP] = \frac{2}{\operatorname{tg} x} \text{ 2 pontos}$$

Concluir que a área da região sombreada é dada por $4 - \frac{2}{\operatorname{tg} x}$ 2 pontos

2.º Processo

Reconhecer que a região sombreada é um trapézio 2 pontos

Mostrar que a área do trapézio é dada por $4 - \frac{2}{\operatorname{tg} x}$ 18 pontos

$$\operatorname{tg} x = \frac{2}{\overline{DP}} \text{ 4 pontos}$$

$$\overline{DP} = \frac{2}{\operatorname{tg} x} \text{ 4 pontos}$$

$$\overline{PC} = 2 - \frac{2}{\operatorname{tg} x} \text{ 4 pontos}$$

$$\text{Área do trapézio } [ABCP] = \frac{2+2-\frac{2}{\operatorname{tg} x}}{2} \times 2 \text{ 3 pontos}$$

$$\text{Área do trapézio } [ABCP] = 4 - \frac{2}{\operatorname{tg} x} \text{ 3 pontos}$$

1.2. 20 pontos

- Escrever a equação $4 - \frac{2}{\operatorname{tg} x} = \frac{12 - 2\sqrt{3}}{3}$ 3 pontos
- Obter a equação $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ 9 pontos
- Concluir que $x = \frac{\pi}{3}$ (ver **notas 1 e 2**) 8 pontos

Notas:

1. Caso o aluno apresente, como solução do problema, a expressão $\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, ou equivalente, a classificação a atribuir a esta etapa deverá ser de 3 pontos. A mesma classificação deverá ser atribuída, caso o aluno apresente outras soluções, além da solução $\frac{\pi}{3}$
2. Caso o aluno apresente 60° como solução do problema, a classificação a atribuir a esta etapa deverá ser de 7 pontos.

1.3. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

- Concluir que $\operatorname{sen} x = \frac{15}{17}$ (ver **nota**) 5 pontos
- Escrever a igualdade $\left(\frac{15}{17}\right)^2 + \cos^2 x = 1$ 3 pontos
- Determinar $\cos^2 x$ 3 pontos
- Determinar $\cos x$ 2 pontos
- Determinar $\operatorname{tg} x$ 4 pontos
- Concluir que a área da região sombreada é $\frac{44}{15}$ 3 pontos

2.º Processo

- Concluir que $\operatorname{sen} x = \frac{15}{17}$ (ver **nota**) 5 pontos
- Escrever a igualdade $1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{\left(\frac{15}{17}\right)^2}$ 5 pontos
- Determinar $\operatorname{tg}^2 x$ 5 pontos
- Determinar $\operatorname{tg} x$ 2 pontos
- Concluir que a área da região sombreada é $\frac{44}{15}$ 3 pontos

Nota:

Caso o aluno escreva $\operatorname{sen} x = -\frac{15}{17}$, a classificação a atribuir a esta etapa deverá ser de 1 ponto.

2.1. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

- Indicar as coordenadas do ponto C 2 pontos
- Determinar as coordenadas do vector \overrightarrow{AC} (ou do vector \overrightarrow{CA})..... 3 pontos
- Indicar as coordenadas de um vector perpendicular ao vector \overrightarrow{AC} 5 pontos
- Indicar o declive da recta t 3 pontos
- Escrever uma equação da família de rectas de declive $-\frac{4}{3}$ 3 pontos
- Indicar a ordenada na origem da recta t 2 pontos
- Escrever a equação reduzida da recta t 2 pontos

2.º Processo

- Indicar as coordenadas do ponto C 2 pontos
- Determinar as coordenadas do vector \overrightarrow{AC} (ou do vector \overrightarrow{CA}) 3 pontos
- Escrever a equação $(x, y + 2) \cdot (4, 3) = 0$ 6 pontos
- Obter a equação $4x + 3y + 6 = 0$ 5 pontos
- Escrever a equação reduzida da recta t 4 pontos

2.2. 15 pontos

Determinar a amplitude, α , do ângulo formado pelos vectores

\overrightarrow{CP} e \overrightarrow{CQ} 7 pontos

Escrever a equação $\frac{25\alpha}{2} = \frac{25\pi}{6}$ (ou equivalente) 5 pontos

Concluir que $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 2 pontos

ou

Reconhecer que a área da região sombreada é $\frac{1}{6}$ da
área do círculo 5 pontos

Concluir que $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 2 pontos

Escrever $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CQ} = \|\overrightarrow{CP}\| \times \|\overrightarrow{CQ}\| \times \cos(\widehat{CP \ CQ})$ 2 pontos

Reconhecer que $\|\overrightarrow{CP}\| = \|\overrightarrow{CQ}\| = 5$ 4 pontos

Calcular o valor do produto escalar 2 pontos

3.1. 20 pontos

- Concluir que a altura da pirâmide é igual a 6 3 pontos
Determinar as coordenadas do ponto A (3+1+1) 5 pontos
Determinar a aresta da base da pirâmide 6 pontos
Determinar a área da base da pirâmide 2 pontos
Calcular o volume da pirâmide 4 pontos

3.2. 20 pontos

Escrever o sistema $\begin{cases} z = 6 \\ 6x + 18y - 5z = 24 \\ 18x - 6y + 5z = 72 \end{cases}$ 6 pontos

Resolver analiticamente o sistema 12 pontos

Substituir z por 6 na equação $6x + 18y - 5z = 24$
e na equação $18x - 6y + 5z = 72$ 2 pontos

Resolver uma das equações obtidas em ordem a uma
das incógnitas, ou multiplicar ambos os membros de uma
das equações por um factor conveniente de modo a
poder aplicar o método da adição ordenada 2 pontos

Obter uma equação com uma incógnita (x ou y) 2 pontos

Determinar o valor dessa incógnita 3 pontos

Determinar o valor da outra incógnita 3 pontos

Indicar as coordenadas do ponto V 2 pontos

3.3. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

Indicar as coordenadas de um vector normal ao plano ADV 3 pontos

Escrever uma condição que defina a recta r 5 pontos

Verificar que as coordenadas do ponto B satisfazem a condição 5 pontos

Concluir que a recta r contém o ponto B 2 pontos

2.º Processo

Determinar as coordenadas do vector \overrightarrow{SB} 6 pontos

Concluir que o vector \overrightarrow{SB} é perpendicular ao plano ADV 6 pontos

Concluir que a recta r contém o ponto B 3 pontos