

# TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

7 de Dezembro de 2006

## RESOLUÇÃO - VERSÃO 3

---

### Grupo I

1. O número de elementos é 8. Eles são os seguintes:  
 ${}^{2006}C_0 \dots {}^{2006}C_3$  e  ${}^{2006}C_{2003} \dots {}^{2006}C_{2006}$  Resposta **D**
2.  $P[(A \cup B) \cap \bar{B}] = P(B \cap \bar{B}) = P(\emptyset) = 0$  Resposta **D**
3.  $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(C)}{P(A)}$  pois  $C = B \cap A$   
 $\frac{15}{16} = \frac{\frac{3}{8}}{P(A)} \Leftrightarrow P(A) = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{16}} = \frac{2}{5}$  Resposta **D**
4.  $0,2 + 0,4 + b = 1 \Leftrightarrow b = 0,4$   
 $a \times 0,4 + 2a \times 0,4 = 2,4 \Leftrightarrow a = 2$  Resposta **C**
5. A Curva de Gauss é simétrica em relação ao valor médio. Por isso, a probabilidade de, escolhido um rapaz ao acaso, a sua altura pertencer ao intervalo  $]-\infty, 140]$  é 50%. O mesmo acontece em relação ao intervalo  $[140, +\infty[$ .  
Cada uma das opções B, C e D conduz a um intervalo que está contido num daqueles dois intervalos, pelo que a respectiva probabilidade é inferior a 50%. Resposta **A**
6.  $3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 3 = 18$  Resposta **C**
7.  $1 \times 1 \times 3! + 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 14$  Resposta **B**

## Grupo II

1.

1.1. Tem-se:

|              |                |                |                |
|--------------|----------------|----------------|----------------|
| $x_i$        | 1              | 2              | 3              |
| $P(X = x_i)$ | $\frac{4}{10}$ | $\frac{5}{10}$ | $\frac{1}{10}$ |

Donde vem:

|              |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|
| $x_i$        | 1   | 2   | 3   |
| $P(X = x_i)$ | 0,4 | 0,5 | 0,1 |

1.2. 
$$\frac{{}^4C_2 + {}^5C_2}{{}^{10}C_2} = \frac{16}{45}$$

1.3. É pedida a probabilidade de *sair bola com o número 1 na segunda extracção*, sabendo que *saiu bola com o número 1 na primeira extracção*.

Ao observarmos que saiu bola com o número 1 na primeira extracção, repomos essa bola no saco, juntamente com mais dez bolas com o número 1.

O saco fica, assim, com catorze bolas com o número 1, num total de vinte bolas.

A probabilidade pedida é, então, de acordo com a Regra de Laplace, igual a  $\frac{14}{20}$ .

2. Tem-se que  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Sabemos o valor de  $P(B)$  e de  $P(A \cap B)$ . Falta saber o valor de  $P(A)$ .

Como  $A$  e  $B$  são acontecimentos independentes, tem-se que  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Portanto,  $\frac{1}{2} = P(A) \times \frac{2}{3}$  donde  $P(A) = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$

Vem, assim, que  $P(A \cup B) = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} - \frac{6}{12} = \frac{11}{12}$

3.

3.1.  $3 \times 12! = 1437004800$

3.2.  $\frac{{}^4C_1 \times {}^{48}C_5}{{}^{52}C_6} \approx 0,34$  ou  $\frac{4 \times {}^{48}A_5 \times 6}{{}^{52}A_6} \approx 0,34$