



Teste Intermédio

# Matemática A

## Versão 2

Duração do Teste: 90 minutos | 09.02.2012

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de março

### COTAÇÕES

#### GRUPO I

1.	.....	10 pontos
2.	.....	10 pontos
3.	.....	10 pontos
4.	.....	10 pontos
5.	.....	10 pontos
		<b>50 pontos</b>

#### GRUPO II

1.		
1.1.		
1.1.1.	.....	5 pontos
1.1.2.	.....	10 pontos
1.2.	.....	15 pontos
2.		
2.1.	.....	10 pontos
2.2.	.....	15 pontos
2.3.	.....	20 pontos
3.		
3.1.	.....	20 pontos
3.2.		
3.2.1.	.....	20 pontos
3.2.2.	.....	20 pontos
4.	.....	15 pontos
		<b>150 pontos</b>
<b>TOTAL</b> .....		<b>200 pontos</b>

**A classificação do teste deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.**

## **CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto na grelha de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o aluno responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Nos itens de seleção (escolha múltipla), a cotação total do item é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a única opção correta.

São classificadas com zero pontos as respostas em que seja assinalada:

- uma opção incorreta;
- mais do que uma opção.

Não há lugar a classificações intermédias.

Os critérios de classificação das respostas aos itens de construção apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação. No caso de, ponderados todos os dados contidos nos descritores, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração.

Nos itens de construção com cotação igual ou superior a quinze pontos e que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa. A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

<b>Níveis</b>	<b>Descritores</b>
<b>3</b>	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
<b>2</b>	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
<b>1</b>	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Até ao ano letivo 2013/2014, na classificação dos testes intermédios, continuarão a ser consideradas corretas as grafias que seguirem o que se encontra previsto quer no Acordo de 1945, quer no Acordo de 1990 (atualmente em vigor), mesmo quando se utilizem as duas grafias numa mesma prova.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A pontuação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da resposta resulta da soma das pontuações das diferentes etapas, à qual se subtrai, eventualmente, um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 14 e/ou 19.
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	A pontuação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível.  A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas.  À classificação/pontuação correspondente subtrai-se, eventualmente, um, dois ou três pontos, de acordo com o previsto nas situações 9, 10 e/ou 19.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correto.  O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
6. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [exemplo: «usando métodos analíticos»].	A etapa em que a instrução não é respeitada é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
7. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa*.	A etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
8. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a cotação total para ela prevista.

Situação	Classificação
9. Transposição incorreta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.  Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
10. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.
11. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A pontuação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada de acordo com o erro cometido.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido: – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
13. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à classificação da resposta, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [exemplo: «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a cotação para ela prevista.
17. Apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
19. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à classificação da resposta, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

\* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

### GRUPO I

1. a 5. .... (5 × 10 pontos)..... **50 pontos**

As respostas corretas são as seguintes.

Ítems	1	2	3	4	5
Respostas	C	A	C	C	B

### GRUPO II

1.1.1. .... **5 pontos**

Responder  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ..... 5 pontos

1.1.2. .... **10 pontos**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responder corretamente ..... 10 pontos

Responder  $]-\infty, 1[ \cup ]2, +\infty[$  ..... 7 pontos

Responder  $x \leq 1 \vee x > 2$  ..... 6 pontos

Responder  $]-\infty, 1] \cup [2, +\infty[$

OU

Responder  $x < 1 \vee x > 2$  ..... 4 pontos

Responder  $]-\infty, 1[ \cup [2, +\infty[$

OU

Responder  $x \leq 1 \vee x \geq 2$  ..... 2 pontos

Responder  $x < 1 \vee x \geq 2$  ..... 1 ponto

Dar outra resposta ..... 0 pontos

**1.2.** ..... **15 pontos**

Escrever  $f(x) = b + \frac{a}{x - c}$  (ou equivalente)..... 1 ponto

Substituir corretamente o valor de  $b$  na expressão  $b + \frac{a}{x - c}$  ..... 4 pontos

Substituir corretamente o valor de  $c$  na expressão  $b + \frac{a}{x - c}$  ..... 4 pontos

Obter o valor de  $a$  ..... 5 pontos

Escrever a equação  $f(1) = 0$  (ou equivalente) ..... 2 pontos

Concluir que  $a = -1$  ..... 3 pontos

Escrever  $f(x) = -1 - \frac{1}{x - 2}$  (ou equivalente) ..... 1 ponto

**2.1.** ..... **10 pontos**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Escrever  $\frac{x + 2}{1} = \frac{y - 4}{1} = \frac{z + 4}{-5}$  (ou equivalente)..... 10 pontos

Escrever uma condição cartesiana de uma reta que passe num ponto da reta  $BE$  e que não tenha a direção da reta  $BE$

OU

Escrever uma condição cartesiana de uma reta que tenha a direção da reta  $BE$  mas que não coincida com ela ..... 5 pontos

Dar outra resposta ..... 0 pontos

**2.2.** ..... **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Identificar o vetor  $\overrightarrow{BA}$  como vetor normal ao plano  $CDE$  ..... 5 pontos

Escrever a equação  $x - 2y - 2z + d = 0$  (ou equivalente) ..... 4 pontos

Determinar o valor de  $d$  ..... 4 pontos

Obter a equação  $-x + 2y + 2z - 2 = 0$  ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Justificar que o vetor  $\vec{BA}$  é perpendicular ao plano de equação  $-x + 2y + 2z - 2 = 0$  ..... 8 pontos

Referir que o vetor de coordenadas  $(-1, 2, 2)$  é perpendicular ao plano de equação  $-x + 2y + 2z - 2 = 0$  ..... 3 pontos

Concluir que o vetor  $\vec{BA}$  é perpendicular ao plano de equação  $-x + 2y + 2z - 2 = 0$  porque é colinear com o vetor de coordenadas  $(-1, 2, 2)$  ..... 5 pontos

Verificar que o ponto  $A$  pertence ao plano definido pela equação  $-x + 2y + 2z - 2 = 0$  ..... 3 pontos

Concluir, justificando, que o plano definido pela equação  $-x + 2y + 2z - 2 = 0$  é o plano  $CDE$  ..... 4 pontos

**2.3. .... 20 pontos**

Reconhecer que o ponto  $F$  é o ponto de intersecção da reta  $BF$  com o plano  $CDE$  2 pontos

Escrever o sistema  $\begin{cases} -x + 2y + 2z - 2 = 0 \\ x - z = -4 \\ y - z = 2 \end{cases}$  ..... 3 pontos

Resolver o sistema ..... 14 pontos

Determinar o valor de uma incógnita ..... 10 pontos

Obter uma equação com uma incógnita ..... 6 pontos

Obter o valor dessa incógnita ..... 4 pontos

Obter a solução do sistema ..... 4 pontos

Indicar as coordenadas do ponto  $F$  ..... 1 ponto

**3.1. .... 20 pontos**

Escrever as coordenadas do ponto  $P$  em função de  $\alpha$  ..... 4 pontos

Escrever  $d^2 = (\cos \alpha - 2)^2 + (\sin \alpha)^2$  ..... 5 pontos

Obter  $d^2 = \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 4 + \sin^2 \alpha$  ..... 6 pontos

Reconhecer que  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$  ..... 3 pontos

Concluir que  $d^2 = 5 - 4 \cos \alpha$  ..... 2 pontos

**3.2.1.** ..... **20 pontos**

Escrever a equação  $5 - 4 \cos \alpha = 3$  ..... 4 pontos

Obter a equação  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$  ..... 6 pontos

Concluir que os valores de  $\alpha$  são  $\frac{\pi}{3}$  e  $\frac{5\pi}{3}$  (ver notas 1, 2 e 3) ..... 10 pontos

**Notas:**

1. Caso o aluno apresente como resposta apenas uma das soluções do problema ou apresente dois valores dos quais apenas um é solução do problema, a pontuação a atribuir a esta etapa é 5 pontos.

2. Caso o aluno apresente como resposta ao problema as expressões  $\frac{\pi}{3} + k2\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  e  $\frac{5\pi}{3} + k2\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  (ou equivalente), a pontuação a atribuir a esta etapa é 5 pontos.

A mesma pontuação é atribuída se o aluno apresentar como resposta outros valores além de  $\frac{\pi}{3}$  e  $\frac{5\pi}{3}$

3. Caso o aluno apresente como resposta  $60^\circ$  e  $300^\circ$  ou respostas equivalentes às apresentadas nas notas 1 e 2, com as amplitudes expressas em graus, as pontuações indicadas são desvalorizadas em 2 pontos.

**3.2.2.** ..... **20 pontos**

Escrever  $\text{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  (ou equivalente) ..... 2 pontos

Escrever  $(-\sqrt{15})^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  (ou equivalente) ..... 3 pontos

Obter  $\cos^2 \alpha = \frac{1}{16}$  ..... 5 pontos

Concluir que  $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$  (ver nota) ..... 5 pontos

Obter o valor de  $d^2$  ..... 4 pontos

Obter o valor de  $d$  ..... 1 ponto

**Nota** – Se o aluno concluir que  $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ , a pontuação a atribuir a esta etapa é 2 pontos.

**4.** ..... **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Exprimir as coordenadas de  $\vec{UB}$  em função de  $c$  e de  $d$  ..... 4 pontos

Exprimir as coordenadas de  $\vec{ST}$  em função de  $c$  e de  $d$  ..... 4 pontos

Calcular  $\vec{UB} \cdot \vec{ST}$  ..... 5 pontos

Concluir que as retas são perpendiculares ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Exprimir as coordenadas de  $\vec{UB}$  em função de  $c$  e de  $d$  ..... 4 pontos

Exprimir as coordenadas de  $\vec{ST}$  em função de  $c$  e de  $d$  ..... 4 pontos

Escrever o declive da reta  $UB$  em função de  $c$  e de  $d$  ..... 2 pontos

Escrever o declive da reta  $ST$  em função de  $c$  e de  $d$  ..... 2 pontos

Concluir que as retas são perpendiculares ..... 3 pontos